A LÓGICA DA DEMONSTRAÇÃO PELA REDUÇÃO AO ABSURDO

Antonio Luís VENEZUELA[1]
Tânia Regina Vendrame PALUDETTO[2]

Resumo: O texto analisa a lógica que estabelece a demonstração matemática pela redução ao absurdo. Resgata pontos históricos, iniciados pelos babilônicos e o seu domínio dos números inteiros e racionais. Sugere uma possível influência dos babilônicos sobre os pitagóricos, que cultivavam uma seita secreta. Comenta o surgimento de uma crise entre os pitagóricos, pelo fato da irracionalidade da raiz quadrada de 2, sendo provado pelos seus integrantes, utilizando-se justamente da redução ao absurdo (*reductio ad absurdum*). Trata ainda da lógica formal, estilo de raciocínio nas demonstrações matemáticas e a própria demonstração, pelo *reductio ad absurdum*, da irracionalidade da raiz quadrada de 2.

Palavras chaves: Lógica matemática, Redução ao absurdo, Demonstração matemática.

Introdução

Qual matemático não demonstrou ou analisou um teorema, pelo menos uma vez, pela redução ao absurdo? No momento da demonstração, o resultado do teorema ou o raciocínio utilizado na prova? As respostas para

[1] Mestre em Matemática Aplicada, IBILCE-UNESP, Professor da Fundação Educacional de Araçatuba-SP
[2] Mestre em Educação, UNOESTE, Professora da Fundação Educacional de Araçatuba-SP

estas perguntas são deveras abrangentes. Contudo, neste trabalho, focalizaremos apenas uma parte da segunda pergunta, ou seja, a importância do raciocínio utilizado na prova (especificamente, a demonstração pelo *reductio ad absurdum*).

Utilizaremos a conhecida crise na doutrina pitagórica, isto é, a irracionalidade da raiz quadrada de dois, como motivação para o estudo proposto por este trabalho, a qual será demonstrada em sua totalidade. Para situar o leitor no contexto do problema, acrescentamos um pouco da história da Babilônia e dos pitagóricos.

Um tópico contendo uma introdução sobre lógica formal e sobre demonstrações matemáticas foi inserida, para melhor fundamentar e esclarecer o raciocínio usado nas demonstrações pelo *reductio ad absurdum*.

Acrescentamos um apêndice contendo lemas de apoio na demonstração pelo *reductio ad absurdum*. A compreensão do raciocínio da demonstração, lógica e teórica, fica evidenciada no diagrama das dependências lógicas da demonstração em questão.

Um Pouco de História

Os babilônios[3] construíram um sistema de numeração sexagesimal de posição, isto é, YY YY YY indicava $2(60)^2+2(60)+2$ e também estenderam este princípio às frações, ou seja, YY YY YY também significava $2(60)^{-2}+2(60)^{-1}+2$ (BOYER, 1974). Estes fatos mostram que os babilônicos dominavam o poder da computação que a moderna notação decimal para frações nos confere.

A eficiência da computação babilônica não resultou somente de seu sistema de numeração. Desenvolveram também, processos algorítmicos, entre

[3] Na linha do tempo, estamos entre 2.000 e 600 A. C.

os quais um para extrair a raiz quadrada, (freqüentemente atribuídos a homens que viveram mais tarde, tais como, o grego Arquita (428-365 A.C.), a Heron de Alexandria (100D.C.) ou também é chamado de "algoritmo de Newton").

Os babilônios não gostavam de trabalhos com recíprocos de números irregulares, pois esses não podiam ser expressos exatamente em frações sexagesimais finitas (por exemplo: $\frac{1}{8} = \frac{7}{60} + \frac{30}{(60)^2}$) assim 8 é um número regular, mas 7 não é regular. ($\frac{1}{7}$ é uma dízima periódica).

Existem historiadores que afirmam que a matemática babilônica se orientava puramente a fins práticos, mas outros afirmam que a matemática numérica era usada somente para fazer a exultação do espírito.

O mundo grego, por muitos séculos, teve seu centro entre os mares Egeu e Jorno, mas a civilização helênica não estava localizada só ali. Em 600 A.C. colônias gregas podiam ser encontradas ao longo das margens do Mar Negro e Mediterrâneo, e foi nessas regiões afastadas que um novo impulso se manifestou na matemática. Para isto, os colonistas da beira-mar, especialmente na Jônia, tinham duas vantagens: tinham o espírito ousado e imaginativo típico de pioneiros, e estavam mais próximos dos dois principais vales de rio de que se podia extrair conhecimentos. Tales de Mileto (624-548. A.C., aproximadamente) e Pitágoras de Samos (580-500. A.C., aproximadamente)[4] tinham ainda mais uma vantagem: estavam em condição de viajar aos centros antigos de conhecimento e lá adquirir informação de primeira mão sobre astronomia e matemática (BOYER, 1974).

Pitágoras era um profeta e um místico, nascido em Samos, uma das ilhas do Dodecaneso, permanecendo uma figura obscura e isto se deve, em

[4] Matemáticos gregos.

parte, à perda de documentos daquela época. Fundou uma comunidade secreta, cujo seus membros eram conhecidos por pitagóricos. Talvez a mais notável característica da ordem pitagórica fosse a confiança que mantinha no estudo da matemática e da filosofia como base moral para a conduta.

A purificação da alma dos pitagóricos era realizada, em parte, por regime físico estrito e, em parte, por ritos que lembram os adoradores de Orfeu e Dionísio, mas as harmonias e mistérios da filosofia e da matemática também eram partes essenciais desses rituais.

Dizia-se que o lema da escola pitagórica era "Tudo é número". Lembrando que os babilônios tinham associado várias medidas numéricas às coisas que os cercavam, desde os movimentos nos céus até o valor de seus escravos, podemos perceber nesse lema uma forte afinidade com a Mesopotâmia. Mesmo o teorema, a que o nome de Pitágoras está associado, muito provavelmente veio dos babilônios. Sugeriu-se, como justificativa para chamá-lo de teorema de Pitágoras, que foram os pitagóricos os primeiros a dar uma demonstração dele, mas não há meio de verificar esta conjetura (BOYER, 1974).

Apaixonados pelos números inteiros, os pitagóricos acreditavam que todas as coisas podiam ser derivadas deles e, certamente, todos os outros números (SAGAN, 1982). Surgiu uma crise na doutrina quando descobriram que a raiz quadrada de dois (a razão entre a diagonal e o lado de um quadrado era irracional), que $\sqrt{2}$ não podia ser expressa precisamente como a razão de dois números inteiros quaisquer, não importando serem números grandes. Ironicamente esta descoberta foi utilizada como recurso no teorema de Pitágoras. Originalmente, "irracional" significa somente que um número não pode ser expresso como uma razão. Para os pitagóricos, isto teve um significado aterrador, uma alusão de que seu mundo não fazia sentido, enquadrando-se no significado atual de "irracional". Ao invés de partilhar estas importantes descobertas matemáticas, os pitagóricos retiraram o conhecimento da $\sqrt{2}$ do dodecaedro. O mundo exterior não devia saber. Mesmo hoje em dia, encontramos cientistas que se opõem à popularização da ciência: o conhecimento sagrado deve ser guardado no culto, intocado pela compreensão pública.

O argumento pitagórico original da irracionalidade da raiz quadrada de dois depende de um tipo de argumento chamado *reductio ad absurdum*: admitimos a veracidade de uma afirmação, observando suas conseqüências e o surgimento de uma contradição, o que torna a asserção falsa. Para darmos um exemplo moderno, consideremos o aforismo elaborado pelo grande físico do século XX, Niels Bohr: "O oposto de toda grande idéia é uma outra grande idéia". Se a asserção for verdadeira, suas conseqüências poderão ser, no mínimo, um pouco perigosas. Por exemplo, consideremos o oposto da Medida Áurea, ou da condenação ao mentiroso, ou "Tu não matarás". Vamos considerar então que o aforismo de Bohr seja uma grande idéia. Se for, então a asserção oposta, "oposto de toda grande idéia não é uma grande idéia", isto deve ser verdade também. Devemos tentar o *reductio ad absurdum*. Se a asserção contrária é falsa, o aforismo nos deterá, desde que se confesse a si mesmo como não sendo uma grande idéia (SAGAN, 1982).

Sobre a Lógica Formal

Tomam-se as sentenças ou proposições declarativas[5], pois elas podem ser classificadas em verdadeiras e falsas (NERICI, 1985). O valor lógico de uma proposição p, se p é verdadeiro ou falso, é verdadeiro ou falso cuja notação é: $v(p) = V$ ou $v(p) = F$.

[5] Além das declarativas, existem as interrogativas, exclamativas, imperativas

Para que haja coerência no pensar, deve-se obedecer três leis do pensamento:

i) Se qualquer proposição é verdadeira, então ela é verdadeira, isto é, "*A* é *A*". (Princípio da Identidade).

ii) *A* é *A* e é impossível que seja ao mesmo tempo não-*A* (Princípio da Contradição)[6]

iii) Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa. (Principio do Terceiro Excluído).

iv) Dado *A*, necessariamente se dará *B*. (Principio da Razão Suficiente)[7]

Podemos ter proposição simples, tais como: ***p***: João é filho de José, ***q***: Antonio joga bola e ***r***: Paulo tem filhos.

As proposições simples podem ser ligadas pelos seguintes conectivos:

- não (~)
- e (^)
- ou (v)
- se, então ($\longrightarrow$)
- se, e somente se ($\longleftrightarrow$)

Denominam-se proposições compostas às proposições formadas (ou conectadas) por duas ou mais proposições simples.

Uma proposição simples e uma composta pode ser combinada e disposta na chamada *tabela-verdade*, cujo número de linhas está em função do número de proposições simples que a compõe.:

[6] Este princípio afirma que uma coisa ou uma idéia que se negam a si mesma se destrói a si mesma.

[7] Este princípio afirma que tudo o que existe e tudo o que acontece tem uma razão (causa ou motivo) para existir ou para acontecer, e que tal razão pode ser conhecida pela nossa razão.

Para este trabalho nos interessa as tabelas-verdade:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabela 1: Cálculo das proposições.

Os conectivos vistos anteriormente ($\wedge$, v, $\longrightarrow$, $\longleftrightarrow$) representam uma operação entre proposições.

Podemos relacionar duas proposições, simples ou compostas, através da implicação ($\Longrightarrow$) e equivalência ($\Longleftrightarrow$). Assim temos:

i) Diz-se que uma proposição ***p*** implica uma proposição ***q*** quando, em suas tabelas verdades não ocorrer *VF* (nesta ordem) numa mesma linha.

ii) Diz-se que uma proposição ***p*** é equivalente a uma proposição ***q*** quando, em suas tabelas verdades não ocorrer *VF* nem *VF* em suas linhas.

Provaremos a seguinte equivalência: $[p \Rightarrow q] \Leftrightarrow [\sim (p \wedge \sim q)]$.
Para isso, construímos a tabela-verdade:

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$p \wedge \sim q$	$\sim (p \wedge \sim q)$
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	F
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	F	V

Tabela 2: Tabela-verdade que comprova a equivalência (1).

Tomando a 4ª e 6ª colunas, nesta ordem, vemos que estão de acordo com o item (ii) acima, onde concluímos que:

$[p \Rightarrow q]$ *equivale* $[\sim (p \wedge \sim q)]$

Demonstrações Matemáticas

Demonstrar, em matemática, é deduzir de uma definição ou verdade geral, mediante um axioma, alguma conseqüência necessária (NERICI, 1985).

A demonstração matemática procede, sempre, por identidade e é essencialmente dedutiva. Difere da simples dedução, porque, enquanto esta pode deduzir logicamente o falso, aquela (a demonstração matemática) só demonstra o que é verdadeiro.

Outra diferença está em que a simples dedução compreende o verbo *ser*, exprimindo uma relação de conveniência ou inconveniência, como: Pedro é bom.

Mas a demonstração matemática compreende sempre uma igualdade ou desigualdade: $10 = 5 + 5$ e $10 > 5 + 4$.

Há diferença em *verdade a descobrir*, e *verdade a demonstrar*. A verdade a *demonstrar* é expressa pelo *teorema* e a *verdade a descobrir*, pelo *problema*.

No teorema, procura-se tornar evidente uma verdade; no problema, procura-se tornar evidente uma verdade; no problema, procura-se determinar uma incógnita.

A demonstração matemática divide-se em *analítica* e *sintética*:

a) Demonstração analítica é a que parte do teorema e sobe a um princípio. "É preciso subir da proposição a demonstrar a uma proposição mais simples e já admitida".

A demonstração analítica, por sua vez, pode ser positiva ou negativa:

- Demonstração Analítica Positiva, quando supõe verdadeiro o teorema a demonstrar.
- Demonstração Analítica Negativa, que pode receber o nome, também, de demonstração pela redução ao absurdo, quando supõe o teorema

contraditório ao que vai ser demonstrado, o que seria um absurdo. Conclui-se disso, pela falsidade do teorema contraditório e pela verdade do que se quer demonstrar.

b) Demonstração sintética é a que parte do princípio e desce ao teorema a ser demonstrado. Este processo adapta mais à demonstração propriamente dita.

Lógica do *Reductio ad Absurdum*

O interesse deste trabalho é analisar o *reductio ad absurdum*, que significa reduzir um raciocínio ao absurdo. Este procedimento provavelmente foi utilizado pelos pitagóricos para demonstrar a irracionalidade da raiz quadrada de dois. Assim, se tomarmos duas proposições ***p*** e ***q***, as quais são conectadas como:

(a) ($p \rightarrow q$) e

(b) ~ ($p \wedge \sim q$),

e vemos na Tabela 2 que, para qualquer proposição ***p*** e ***q***, $v(\sim(p \wedge \sim q))$ é igual a $v(p \rightarrow q)$. Em (a), nas demonstrações matemáticas, temos um teorema, onde ***p*** é a hipotese e ***q*** é a tese que se pretende provar. Já no item (b), temos a negação de uma proposição composta e é nele que encontramos o *reductio ad absurdum*. A igualdade entre os valores, lógicos das duas proposições é que nos leva à utilização da demonstração de um teorema pelo *reductio ad absurdum* (para isto, nossa atenção será voltada para as duas primeiras linhas da Tabela 2). Utilizamos as demonstrações pelo *reductio ad absurdum*, quando as mesmas exigem apenas duas, e somente duas, definições distintas, tais como, provar que um elemento é par (ou ímpar), provar que um elemento pertence (ou não pertence) a um conjunto, etc.

A demonstração matemática pela redução ao absurdo, segue os passos:

A) Suponha que seja válido $\boldsymbol{p}$;

B) Suponha que seja válido $\sim\boldsymbol{q}$;

C) Utilize as definições e teorias envolvidas e os aplique em $\sim\boldsymbol{q}$;

D) Encontra-se uma contradição (ou absurdo), isto é, uma coisa (ou elemento) com dois significados distintos, ao confrontarmos $\boldsymbol{p}$ com $\sim\boldsymbol{q}$.

Veja que desenvolvimento interessante, a utilização de ferramentas lógicas para resolver problemas de demonstração matemática.

A lógica do reductio ad absurdum tem o seguinte padrão:

i) $\boldsymbol{v\,(p)} = V$, isto significa que consideramos válida a hipótese $\boldsymbol{p}$;

ii) $\boldsymbol{v\,(\sim q)} = V$, aqui negamos a tese e a consideramos válida.

Desenvolvendo $\sim\boldsymbol{q}$ através de axiomas, definições e lemas, concluímos uma proposição $\boldsymbol{r}$ que é uma súbita negação da hipótese $\boldsymbol{p}$, ou seja, confrontando $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{p}$, onde ($\boldsymbol{r}$ coincide com $\sim\boldsymbol{p}$) temos uma contradição ou choque de declarações, e a este fato chamamos de absurdo. Desta forma, obtemos que $\boldsymbol{v\,(p \wedge \sim q)} = F$, o que levaria a $\boldsymbol{v\,(\sim(p \wedge \sim q))} = V$ e, pela Tabela 2 (1ª linha), $\boldsymbol{v\,(q)} = V$. Mas isto não pode ocorrer, uma vez que consideramos, no item (ii), que $\boldsymbol{v\,(\sim q)} = V$, logo $\boldsymbol{v\,(q)} = F$. Assim o absurdo está em considerarmos $\boldsymbol{v\,(\sim q)} = V$. Portanto, pela Tabela 2, a única situação onde teremos $\boldsymbol{v\,(p)} = V$ e $\boldsymbol{v\,(q)} = V$ é na primeira linha desta tabela, onde $\boldsymbol{v\,(\sim(p \wedge \sim q))} = V$ e $v(p \to q) = V$.

Utilizemos um teorema (que também é chamado de proposição) como exemplo, para ilustrar os passos acima, e a prova da irracionalidade da raiz quadrada de dois será visto num tópico posterior.

Proposição 1: Se a^2 é par, então a é par.

Prova:

Inicialmente consideremos as sentenças:

$$\begin{cases} p: & a^2 \text{ e par} \\ q: & a \text{ e par} \end{cases}$$

A proposição pode ser escrita na forma: $p \rightarrow q$. Por definição, se a é par, logo existe um inteiro α de tal forma que $a = 2\alpha$. Para a prova, utilizaremos o reductio ed absurduo, ou seja, os passos de (A) até (D):

i) Suponhamos que seja válido a hipótese p: a^2 é par $(v(p) = V)$;

ii) Suponhamos que seja válido também que: $\sim q$: a não é par; o que pode ser escrito como: $\sim q$: a é impar $(v(\sim q) = V)$;

iii) Se a é impar, logo existe um inteiro β, tal que $a = 2\beta + 1$. Elevando ao quadrado ambos os lados desta última equação, obtemos:

$a^2 = 4\beta^2 + 2\beta + 1 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 2(2\beta^2 + \beta) + 1$. Chamando $\delta = 2\beta^2 + \beta$, que também é um inteiro, temos que $a^2 = 2\delta + 1$, e concluímos r: a^2 é impar.

iv) Onde está o absurdo? Em (i), considerados p: a^2 sendo par, ou seja, $v(p) = V$ e no item (iii) concluímos que r: a^2 é impar. É neste ponto que existe a contradição ou absurdo, isto é, r coincide com $\sim p$. Assim, não podemos considerar $v(\sim q) = V$[8], ou seja $v(\sim q) = F$, e desta forma, $v(q) = V$.

Observando a Tabela 2 e considerando que $v(p) = V$, vemos que na 1ª linha temos $v(p \rightarrow q) = V$, validando a demonstração. Portanto, a é par.

Este tipo de detalhe na demonstração deve ser feito, pelo menos algumas vezes, tornando a demonstração[9] como parte integrante do raciocínio do indivíduo.

---

[8] $\sim q$: a não é par.

[9] Utilizando o *reductio abusrdum*.

A Prova da Irracionalidade da Raiz Quadrada de Dois

Consideremos a sentença ***q:*** " $\sqrt{2}$ é irracional ". Utilizando os passos de (A) até (D) vistos acima, temos:

i) Suponhamos que seja válido que $\sim q$ " $\sqrt{2}$ é racional ", com $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ [10] $(v(\sim q) = V)$;

ii) Suponhamos também que seja válido p: " $\frac{a}{b}$ é irredutível[11] " $(v(p) = V)$.

Construímos assim a seguinte proposição composta: $p \wedge \sim q$.

iii) Tomando $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$, logo $a = \sqrt{2}\, b \quad \Rightarrow \quad a^2 = 2\, b^2$. (2) concluímos que a^2 é par. Pela Proposição 1 (demonstrada acima), a é par, ou seja, existe um inteiro α, tal que $a = 2\alpha$. Substituindo este resultado em (2) obtemos: $(2\alpha)^2 = 2\, b^2 \quad \Rightarrow \quad 4\alpha^2 = 2\, b^2 \quad \Rightarrow \quad b^2 = 2\alpha^2$, de onde concluímos que b^2 é par. Mais uma vez, pela Proposição 1, b é par, ou seja, existe um inteiro β, tal que $b = 2\beta$. Obtivemos que $a = 2\alpha$ e $b = 2\beta$; assim, podemos calcular $mdc(a,b) = mdc(2\alpha, 2\beta)$. Pela Proposição 2 (ver apêndice) temos: $mdc(2\alpha, 2\beta) = 2\ mdc(\alpha, \beta)$. Com isso, concluímos que $mdc(a,b) = 2\ c$ [12] ou seja, $mdc\ (a,b)$ é par e também $mdc(a,b) \neq 1$.

iv) Onde está o absurdo? Em (ii), considerados ***p:*** $\frac{a}{b}$ é irredutível[13] (ver Definição 2 no apêndice), ou seja, $v(p) = V$, e no item (iii) concluímos

---

[10] a e b são inteiros.

[11] No apêndice encontramos a definição de irredutível.

[12] $c = mdc(\alpha, \beta)$

[13] ***p:*** $\frac{a}{b}$ é irreditível, logo a e b são primos entre si, ou seja, $mdc(a,b) = 1$

que $\boldsymbol{r}: mdc(a,b) \neq 1$. É neste ponto que existe a contradição ou absurdo, isto é, $\boldsymbol{r}$ coincide com $\sim \boldsymbol{p}$. Assim, não podemos considerar $\boldsymbol{v(\sim q)} = V$, ou seja, $\boldsymbol{v(\sim q)} = F$, e desta forma $\boldsymbol{v(q)} = V$. Observando a Tabela 2 e considerando que $\boldsymbol{v(p)} = V$, vemos que a 1ª linha temos $\boldsymbol{v(\sim(p \wedge \sim q))} = V$, validando a demonstração. Portanto, $\sqrt{2}$ é irracional.

Conclusão

O tema tratado neste trabalho é o foco de inúmeras abordagens relacionadas à lógica. Um panorama do início do estudo da lógica, realizado pelos Babilônicos, foi incluído para melhor situar o leitor e motivá-lo a vislumbrar os tópicos seguintes. Esta teoria subseqüente teve o objetivo de compor e incorporar o raciocínio lógico ao conhecimento dado *a priori*[14] de cada indivíduo.

Ressaltamos em quais situações usamos a redução ao absurdo nas demonstrações, isto é, quando estas exigem apenas duas, e somente duas, definições distintas, tais como, provar que um elemento é par (ou ímpar), provar que um elemento pertence (ou não pertence) a um conjunto, etc.

Para darmos suporte teórico à lógica da demonstração pela redução ao absurdo, introduzimos algumas noções básicas da lógica formal e demonstrações matemáticas. Discutimos a lógica da referida demonstração através de um roteiro, contendo quatro principais passos, onde destacamos o âmago e a beleza desta demonstração.

Finalmente, provamos a irracionalidade da raiz quadrada de dois, utilizando a lógica da redução ao absurdo e, com isto, concebemos a conexão

---

[14] No que se refere ao conhecimento, a expressão "*a priori*" significa "passível de obter antes da experiência". Já o termo "empírico" (ou "*a posteriori*") significa "baseado na experiência" (BARKER, 1976)

das informações históricas, relacionadas aos pitagóricos, com a fundamentação moderna da lógica, para resolvermos problemas de demonstração matemática.

Deixamos evidenciada a diferença entre o resultado e o raciocínio da demonstração de um teorema, pois nosso interesse é o raciocínio da demonstração, ou seja, desejamos responder à pergunta: "como faço para demonstrar um certo teorema?", e com esta divisão, libertamos nossa mente de questões tais como: "onde utilizo este teorema (resultado)?" ou "como utilizo este teorema (resultado)?".

Um estudo detalhado sobre a grande importância do resultado do teorema, pode ser feito posteriormente. Neste aspecto, podemos estudar o estilo do raciocínio para se provar um teorema, utilizando vários outros teorema ou lemas[15].

Apêndice

Na Proposição 2 abaixo, omitiremos a demonstração, uma vez que a mesma pode ser encontrada em MILIES e COELHO (1997).

Definição 1.

Chama-se *máximo divisor comum* de a e b, o maior de seus divisores comuns.

Definição 2.

Dois inteiros, a e b, dizem-se *relativamente primos* se $mdc\ (a, b)$ 1.

Proposição 2.

Sejam a, b inteiros, $d = mdc\ (a, b)$ e c um inteiro arbitrário, então $mdc\ (ac, bc) = d|c|$.

[15] Por exemplo, as dependências lógicas das proposições de Euclides (GRANGER, 1974).

VENEZUELA, Antonio Luiz, PALUDETTO, Tânia Regina. The mathematical logic by means of reduction to absurdity. **Avesso do Avesso**: Revista Educação e Cultura, Araçatuba, v.3 , n.3, p. 62 - 76, jun. 2005.

Abstract: The text analyzes the logic that establishes the mathematical demonstration by means of the reduction to absurdity. It rescues historical points, initiated by the Babylonians and its domains of the whole and rational numbers. It suggests a possible influence of the Babylonians over the Pythagoreans who cultivated a secret sect. The appearance of a crisis among the Pythagoreans is commented, for the fact of the irrationality of the square root of 2, being proven by their members being used exactly of the reduction to absurdity (reductio ad absurdum). It also approaches the formal logic, reasoning style in the mathematical demonstrations and the demonstration itself, by means of "reductio ad absurdum", of irrationality of the square root of 2.

Key words: mathematical logic; reduction to absurdity; mathematical demonstration.

Referências Bibliográficas

BARKER, F.B. **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

DOMINGUES, H.H., IEZZI, G. **Álgebra moderna**. São Paulo: Atual, 1982.

GRANGER, G.G. Filosofia do estilo. São Paulo: Edusp, 1974.

MILIES, C.P., COELHO, S.P. **Números**: Uma introdução à Matemática. São Paulo: Edusp, 1997.

NERICI, I.G. **Introdução à lógica**. São Paulo: Nobel, 1985.

SAGAN, C. **Cosmos.** Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1982.